

Les Racines Carrées et les Nombres Irrationnels

AN2 : Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels et en ordonnant des nombres irrationnels.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \boxed{1} & \boxed{4} & \boxed{9} \\ 1^2 = 1 & 2^2 = 4 & 3^2 = 9 \end{array}$$

Le carré d'un nombre entier est un carré parfait.

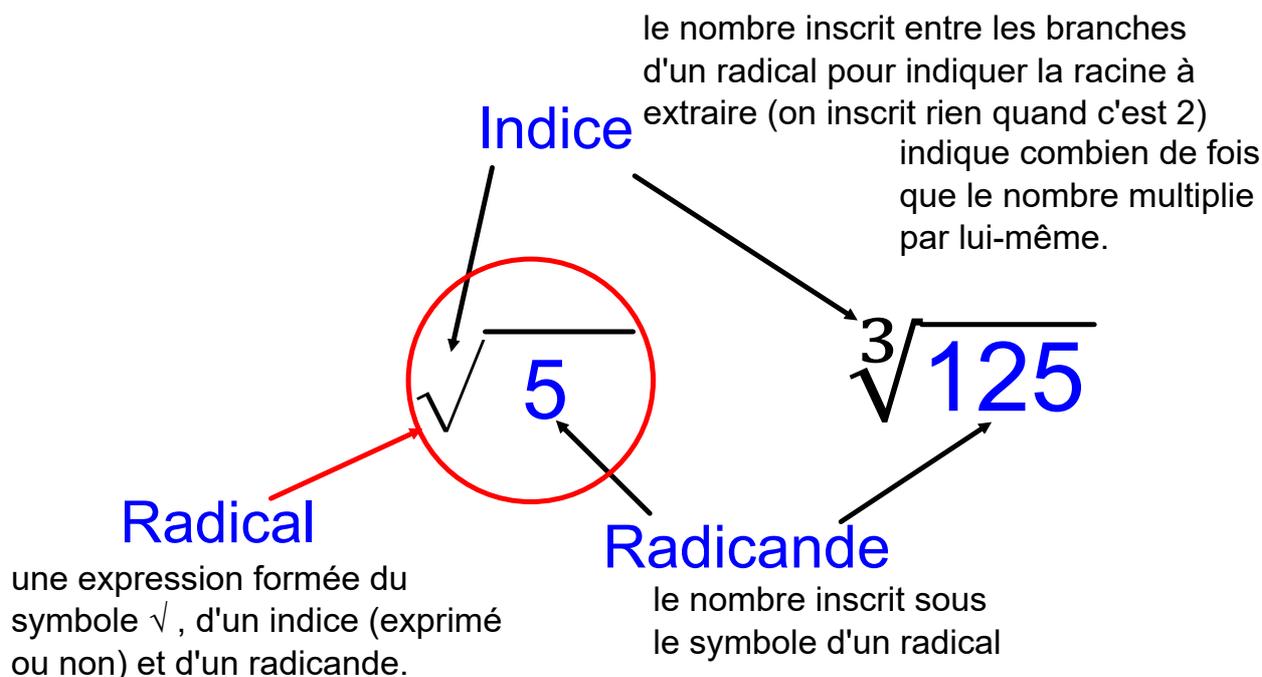
L'opposé de mettre un nombre au carré est de prendre la racine carrée.

Opérations inverses

Comme l'addition est l'opération inverse à — et la multiplication est l'opération inverse à la ÷, faire le carré est l'opération inverse de prendre la racine carrée.

$$4^2 = 16$$

$$\sqrt{16} = 4$$



Composez une liste des carrés parfaits de 1 à 400.

$$1^2 = 1 \times 1 = \underline{1}$$

$$2^2 = \underline{4}$$

$$3^2 = \underline{9}$$

$$4^2 = \underline{16}$$

$$5^2 = \underline{25}$$

$$6^2 = \underline{36}$$

$$7^2 = \underline{49}$$

$$8^2 = \underline{64}$$

$$9^2 = \underline{81}$$

$$10^2 = \underline{100}$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{100} = 10$$

$$11^2 = \underline{121}$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$12^2 = \underline{144}$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$13^2 = \underline{169}$$

$$\sqrt{169} = 13$$

$$14^2 = \underline{196}$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$15^2 = \underline{225}$$

$$\sqrt{225} = 15$$

$$16^2 = \underline{256}$$

$$\sqrt{256} = 16$$

$$17^2 = \underline{289}$$

$$\sqrt{289} = 17$$

$$18^2 = \underline{324}$$

$$\sqrt{324} = 18$$

$$19^2 = \underline{361}$$

$$\sqrt{361} = 19$$

$$20^2 = \underline{400}$$

$$\sqrt{400} = 20$$

Composez une liste des cubes parfaits de 1 à 8000.

$1 \times 1 \times 1 = \underline{1}$	$\sqrt[3]{1} = 1$	$11^3 = \underline{1331}$	$\sqrt[3]{1331} = 11$
$2^3 = \underline{8}$	$\sqrt[3]{8} = 2$	$12^3 = \underline{1728}$	$\sqrt[3]{1728} = 12$
$3^3 = \underline{27}$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$13^3 = \underline{2197}$	$\sqrt[3]{2197} = 13$
$4^3 = \underline{64}$	$\sqrt[3]{64} = 4$	$14^3 = \underline{2744}$	$\sqrt[3]{2744} = 14$
$5^3 = \underline{125}$	$\sqrt[3]{125} = 5$	$15^3 = \underline{3375}$	$\sqrt[3]{3375} = 15$
$6^3 = \underline{216}$	$\sqrt[3]{216} = 6$	$16^3 = \underline{4096}$	$\sqrt[3]{4096} = 16$
$7^3 = \underline{343}$	$\sqrt[3]{343} = 7$	$17^3 = \underline{4913}$	$\sqrt[3]{4913} = 17$
$8^3 = \underline{512}$	$\sqrt[3]{512} = 8$	$18^3 = \underline{5832}$	$\sqrt[3]{5832} = 18$
$9^3 = \underline{729}$	$\sqrt[3]{729} = 9$	$19^3 = \underline{6859}$	$\sqrt[3]{6859} = 19$
$10^3 = \underline{1000}$	$\sqrt[3]{1000} = 10$	$20^3 = \underline{8000}$	$\sqrt[3]{8000} = 20$

Estimez les racines carrées

On détermine les carrés parfaits les plus proches

$$\sqrt{4}$$

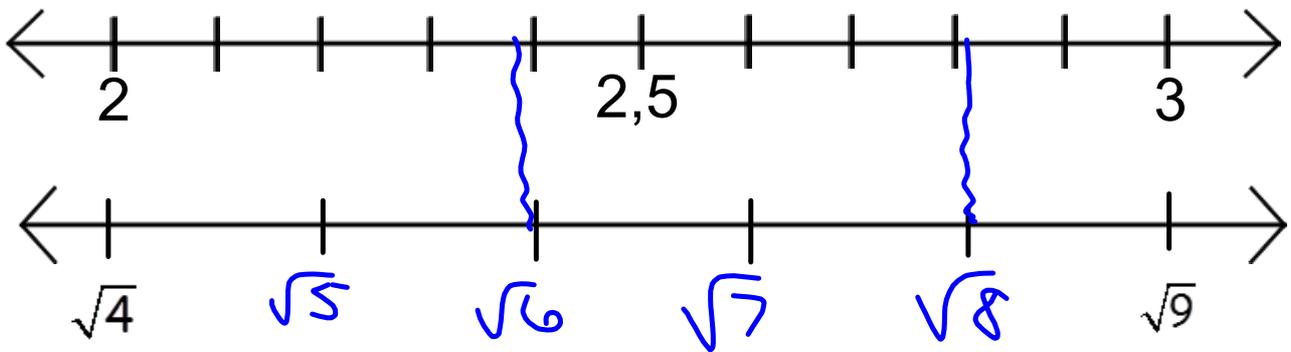
$$\sqrt{9}$$

$$\sqrt{4}$$

$$\sqrt{9}$$

$$\sqrt{6} \approx 2,4$$

$$\sqrt{8} \approx 2,8$$



ESSAYEZ CE CI:

Estimez au dixième près.

$$\sqrt{49}$$

$$\sqrt{64}$$

$$\sqrt{50} \approx 7,1$$

$$7$$

$$8$$

$$-\sqrt{64}$$

$$-\sqrt{64}$$

$$-\sqrt{78} \approx -8,8$$

$$-9$$

$$-8$$

1. Estimez les racines carrées suivantes au dixième près. (Révision de l'année passée. Montre tout ton travail).

$$\begin{matrix} \sqrt{25} & & \sqrt{36} \\ 3 & & 6 \\ \text{a) } \sqrt{28} & \approx & 5,3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{49} & & \sqrt{64} \\ 7 & & 8 \\ \text{b) } \sqrt{51} & \approx & 7,3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{16} & & \sqrt{25} \\ 4 & & 5 \\ \text{c) } \sqrt{22} & \approx & 4,8 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{36} & & \sqrt{49} \\ 6 & & 7 \\ \text{d) } \sqrt{39} & \approx & 6,3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{25} & & \sqrt{36} \\ 5 & & 6 \\ \text{e) } \sqrt{27} & \approx & 5,2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{49} & & \sqrt{64} \\ 7 & & 8 \\ \text{f) } \sqrt{62} & \approx & 7,9 \end{matrix}$$

Placez les nombres suivants sur la droite numérique (associe les lettres avec un des points sur la droite). Utilise ta feuille de nombres parfaits, mais tu n'as pas le droit d'utiliser une calculatrice. Montre tout ton travail (pour tes estimations).

A $-2,5$

B $-\sqrt{6}$

C $2,5$

D $\sqrt{5}$

E $-\sqrt{2}$

F $\sqrt{8}$

G $0,5$

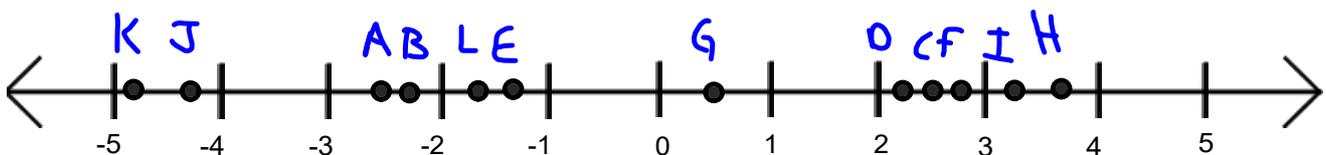
H $\sqrt{14}$

I π

J $-\sqrt{18}$

K $-\sqrt{24}$

L $-1,5$



Évalue ta compréhension

1. a) Donne 4 exemples de radicaux. Utilise un indice de radical différent dans chaque cas.
b) Indique le radicande et l'indice de chaque radical.
c) Explique la signification de l'indice de chaque radical.

2. Évalue chaque radical. Explique tes réponses.

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt[4]{10\,000}$ d) $\sqrt[5]{-32}$

e) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$ f) $\sqrt{2,25}$ g) $\sqrt[3]{0,125}$ h) $\sqrt[4]{625}$



3. Estime la valeur de chaque radical au dixième près. (un décimal)
Quelle stratégie as-tu utilisée?

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt[3]{9}$ c) $\sqrt[4]{10}$ d) $\sqrt{13}$

e) $\sqrt[3]{15}$ f) $\sqrt[4]{17}$ g) $\sqrt{19}$ h) $\sqrt[3]{20}$

4. a) Qu'arrive-t-il si tu essaies de déterminer la racine carrée d'un nombre tel que -4 ? Explique le résultat. $\sqrt{-4}?$
b) Pour quels autres indices de radical obtiens-tu le même résultat qu'en a) si le radicande est négatif?
c) Quand le radicande est négatif:
i) quels types de radicaux peux-tu évaluer ou estimer?
ii) quels types de radicaux est-il impossible d'évaluer ou d'estimer?

5. Écris chaque nombre sous les formes indiquées.
i) une racine carrée ii) une racine cubique iii) une racine quatrième
a) 2 b) 3 c) 4 d) 10 e) 0,9 f) 0,2

6. Choisis des valeurs de n et de x telles que $\sqrt[n]{x}$ est:
a) un nombre naturel. b) un nombre entier négatif.
c) un nombre rationnel. d) un nombre décimal approximatif.
Vérifie tes réponses.

Évalue ta compréhension

- Donne 4 exemples de radicaux. Utilise un indice de radical différent dans chaque cas.
 - Indique le radicande et l'indice de chaque radical.
 - Explique la signification de l'indice de chaque radical.
- Évalue chaque radical. Explique tes réponses.
 - $\sqrt{36}$
 - $\sqrt[3]{8}$
 - $\sqrt[4]{10\,000}$
 - $\sqrt[5]{-32}$
 - $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$
 - $\sqrt{2,25}$
 - $\sqrt[3]{0,125}$
 - $\sqrt[4]{625}$
- Estime la valeur de chaque radical au dixième près.
Quelle stratégie as-tu utilisée?
 - $\sqrt{8}$
 - $\sqrt[3]{9}$
 - $\sqrt[4]{10}$
 - $\sqrt{13}$
 - $\sqrt[3]{15}$
 - $\sqrt[4]{17}$
 - $\sqrt{19}$
 - $\sqrt[3]{20}$
- Qu'arrive-t-il si tu essaies de déterminer la racine carrée d'un nombre tel que -4 ? Explique le résultat.
 - Pour quels autres indices de radical obtiens-tu le même résultat qu'en a) si le radicande est négatif?
 - Quand le radicande est négatif:
 - quels types de radicaux peux-tu évaluer ou estimer?
 - quels types de radicaux est-il impossible d'évaluer ou d'estimer?
- Écris chaque nombre sous les formes indiquées.
 - une racine carrée
 - une racine cubique
 - une racine quatrième
 - 2
 - 3
 - 4
 - 10
 - 0,9
 - 0,2
- Choisis des valeurs de n et de x telles que $\sqrt[n]{x}$ est:
 - un nombre naturel.
 - un nombre entier négatif.
 - un nombre rationnel.
 - un nombre décimal approximatif.Vérifie tes réponses.

1. Les réponses varieront. Par exemple :

- a) $\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{19}$, $\sqrt[4]{37}$, $\sqrt[5]{3}$
b) Pour $\sqrt{25}$, le radicande est 25 et l'indice est 2.
Pour $\sqrt[3]{19}$, le radicande est 19 et l'indice est 3.
Pour $\sqrt[4]{37}$, le radicande est 37 et l'indice est 4.
Pour $\sqrt[5]{3}$, le radicande est 3 et l'indice est 5.
c) L'indice du radical indique la racine à extraire.

2. a) 6 ; $36 = (6)(6)$

b) 2 ; $8 = (2)(2)(2)$

c) 10 ; $1\ 000 = (10)(10)(10)(10)$

d) -2 ; $(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$

e) $\frac{3}{5}$; $\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{125}$

f) $1,5$; $(1,5)(1,5) = 2,25$

g) $0,5$; $(0,5)(0,5)(0,5) = 0,125$

h) 5 ; $(5)(5)(5)(5) = 625$

3. a) 2,8

b) 2,1

c) 1,8

d) 3,6

e) 2,5

f) 2,0

g) 4,4

h) 2,7

4. a) La calculatrice affiche un message d'erreur ; le carré d'un nombre réel est toujours positif.

b) Tout indice pair non nul

c) i) Tout indice impair

ii) Tout indice pair

5. a) i) $\sqrt{4}$ ii) $\sqrt[3]{8}$

iii) $\sqrt[4]{16}$

b) i) $\sqrt{9}$ ii) $\sqrt[3]{27}$

iii) $\sqrt[4]{81}$

c) i) $\sqrt{16}$ ii) $\sqrt[3]{64}$

iii) $\sqrt[4]{256}$

d) i) $\sqrt{100}$ ii) $\sqrt[3]{1\ 000}$

iii) $\sqrt[4]{10\ 000}$

e) i) $\sqrt{0,81}$ ii) $\sqrt[3]{0,729}$

iii) $\sqrt[4]{0,6561}$

f) i) $\sqrt{0,04}$ ii) $\sqrt[3]{0,008}$

iii) $\sqrt[4]{0,0016}$

6. Les réponses varieront. Par exemple :

a) $\sqrt[3]{216} = 6$

b) $\sqrt[3]{-343} = -7$

c) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$

d) $\sqrt{17} = 4,123\ 1\dots$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} \quad \frac{3}{5}$$

$$\sqrt[3]{8}$$

$$\sqrt[3]{27}$$

$$\sqrt[3]{5}$$

Placez les nombres suivants sur la droite numérique (associe les lettres avec un des points sur la droite). Utilise ta feuille de nombres parfaits, mais tu n'as pas le droit d'utiliser une calculatrice. Montre tout ton travail (pour tes estimations).

A $-2,5$

B $-\sqrt{6}$

C $2,5$

D $\sqrt{5}$

E $-\sqrt{2}$

F $\sqrt{8}$

G $0,5$

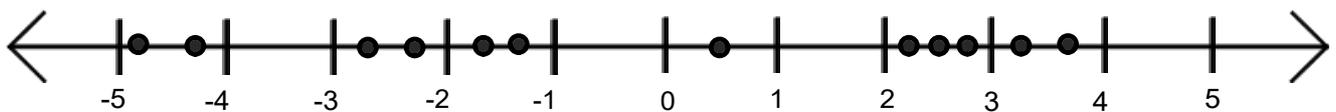
H $\sqrt{14}$

I π

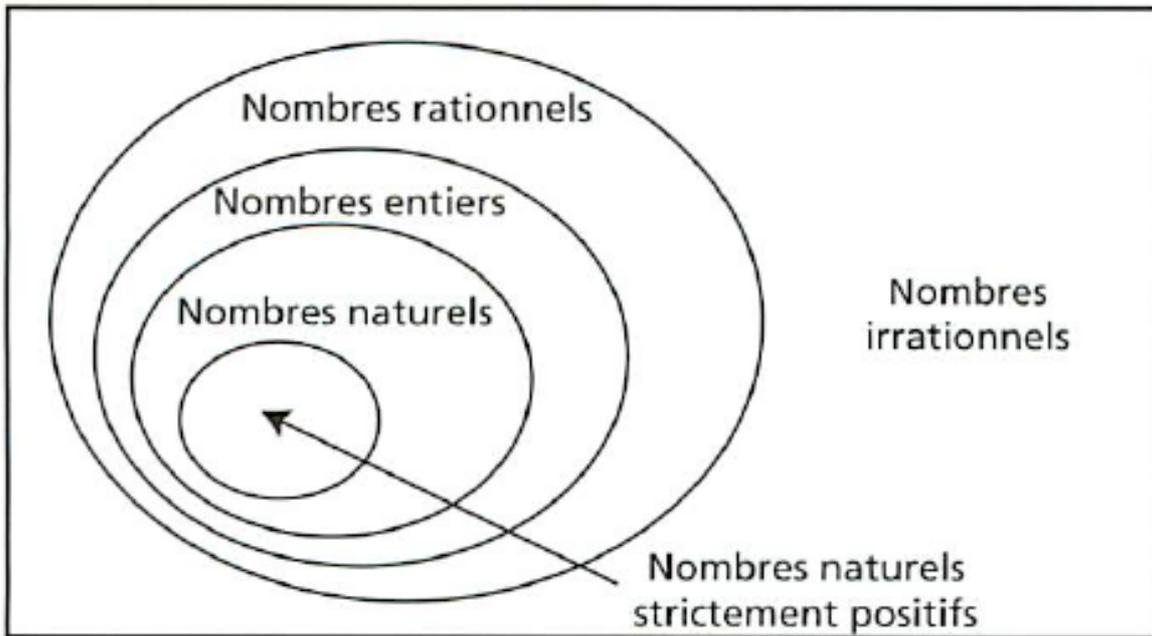
J $-\sqrt{18}$

K $-\sqrt{24}$

L $-1,5$



Les nombres réels



Nombres Réels

Rationnels

N'importe quel nombre qu'on peut écrire comme une fraction, inclut les entiers, les nombres décimaux finis ou périodiques

Entiers

Un nombre réel qui a seulement la valeur de zéro comme décimal. Le nombre peut être négatif ou positif. (Pas de décimaux.)

Naturels

Un nombre réel qui inclut zéro, et tout les nombres entiers positifs. (Pas de négatifs ou décimaux.)

Naturels Positifs

Un nombre réel qui inclut tout les nombres entiers positifs. (Pas zéro, de négatifs ou décimaux.)

Irrationnels

N'importe quel nombre qu'on NE peut pas écrire comme une fraction. Les nombres irrationnels incluent les nombres décimaux non-finis, mais PAS périodiques.

- R = Réels
- Q = Rationnel
- Q^I = Irrationnel
- Z = Entier
- N = Naturel